62. Zbadaj przebieg zmienności funkcji $y=x\left|lnx-2\right|$ , gdzie $xϵ\left〈1,\left.\infty \right)\right.$ i naszkicuj jej wykres.

Określ liczbę pierwiastków równania $x\left|lnx-2\right|=m$,$ xϵ\left〈1,\left.\infty \right)\right.$ , w zależności od parametru *m*.

63. Wyznacz równanie zbioru środków wszystkich okręgów stycznych wewnętrznie do okręgu$\left(z-2\right)^{2}+y^{2}=4$ i do prostej $y=0$ . Podaj interpretację geometryczną rozwiązania.

64. Rozwiąż nierówność $\left(\frac{5}{6}+\frac{13}{36}+…+\frac{2^{n}+3^{n}}{6^{n}}+…\right) ^{\left|x\right|}<\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{x^{2}-2}{2}}$.

65. W trapezie równoramiennym jedna z podstaw jest dwa razy dłuższa od drugiej, a przekątna trapezu dzieli kąt przy dłuższej podstawie na połowy. Oblicz długości boków tego trapezu wiedząc, że jego pole jest równe $3\sqrt{3}$.

66. Z pudełka zawierającego tylko cztery kule białe i dwie czarne losujemy kolejno bez zwracania trzy kule. Następnie rzucamy kostką do gry tyle razy, ile jest kul białych wśród trzech wylosowanych. Oblicz prawdopodobieństwo wyrzucenia co najmniej jeden raz sześciu oczek.

67. Zbadaj liczbę rzeczywistych rozwiązań równania

$\left(m+2\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)^{x}+\left(2m-1\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x}=3m+2$ w zalezności od parametru *m.*

68. Wyprowadź wzór pozwalający obliczy wartość iloczynu

$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)∙…∙\left(1-\frac{1}{n^{2}}\right)$ dla $n\in N$ i udowodnij go stosując zasadę indukcji zupełnej.

69. Rozwiąż równanie $log\_{16}x+\left(log\_{16}x\right)^{2}+\left(log\_{16}x\right)^{3}+…=3$ wiedzą ,że jego lewa strona jest sumą wyrazów ciągu geometrycznego nieskończonego.

70. Dany jest zbiór $A=\left\{\left(x,y\right):x\in C∧y\in C∧x^{2}+y^{2}\leq 4∧y\geq \left|x\right|-\left.1\right\}\right.$ punktów płaszczyzny. Z elementów zbioru A tworzymy dwuelementowe podzbiory o różnych elementach. Niech X oznacza odległość między elementami tak utworzonych podzbiorów. Znajdź rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X . Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej X

71. Na ostrosłupie prawidłowym trójkątnym opisano stożek, a na stożku kulę.

 a) Oblicz stosunek objętości kuli do objętości ostrosłupa, jeżeli kąt przy

 wierzchołku przekroju osiowego stożka ma miarę $α$.

 b) Dla jakiej wartości kąta $α$ stosunek ten jest najmniejszy?

72. Wyznacz zbiory , jeśli:







73. W czworokątnym prawidłowym ostrosłupie kat dwuścienny miedzy płaszczyznami dwóch kolejnych ścian bocznych ma miarę 120 stopni. Wyznacz miary pozostałych katów dwuściennych w tym ostrosłupie.

74 . Rozwiąż równanie ![\left[ \frac{1}{2}  \right]^{log_{ \frac{1}{2} }^2(sinx)} + (sinx)^{log_{ \frac{1}{2}}sinx } =1]()

75.Rozwiąż nierówność

![log_{ \frac{1}{2} } \left[sin \frac{x}{p} + sin^2 \frac{x}{p} +sin^3 \frac{x}{p} + ... \right] > 0](),

 gdzie p jest prawdopodobieństwem wyrzucenia co najmniej dwa razy reszki w trzech rzutach symetryczną monetą.

76. Dla jakich wartości parametru *m* układ równań

(2*m +* 3)*x* + (1 – *m*2)*y* = 4*m*2 – 9

*x* + (1 – *m*)*y* = 4*m* – 10

ma dokładnie jedno rozwiązanie, które jest parą liczb o rożnych znakach?

77. Wykonujemy 3 razy następujące doświadczenie: ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych większych od 10 wybieramy losowo

dwie liczby (bez zwracania). Niech A oznacza zdarzenie, że co najmniej raz wylosujemy dwie liczby, których suma jest parzysta, zaś B

oznacza zdarzenie, że dokładnie raz iloczyn wylosowanych liczb jest parzysty. Oblicz prawdopodobieństwa zdarzenia A i B.

78. Kąt dwuścienny między dwiema sąsiadującymi ścianami ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma miarę α. Oblicz cosinus kąta β

nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy. Dla jakich kątów α zadanie to ma rozwiązanie?

79.Dane są dwie funkcje f(*x*) = 2 • ln(*x* + 1), *g*(*x*) = ln(*kx*) gdzie *k* $\in $ *R*

Wyznacz wszystkie wartości parametru *k* dla których wykresy funkcji *f* i *g*:

a) nie mają punktów wspólnych,

b) mają jeden punkt wspólny,

c) mają dwa punkty wspólne.

W każdym z tych przypadków naszkicuj dla wybranego *k* wykresy funkcji *f* i *g*. Narysuj wykres funkcji *h*(*k*), która wartościom parametru *k*

przyporządkowuje liczbę punktów wspólnych wykresów funkcji *f* i *g*.

80. Dany jest wielomian $W\left(x\right)=ax^{3}-bx^{2}-cx+d, $ gdzie *a,b,c,d* są kolejnymi liczbami naturalnymi. Wykaż, że wielomian ten ma trzy pierwiastki rzeczywiste. Oblicz, dla jakich *a,b,c,d* suma tych pierwiastków jest największa. Czy wielomian *W(x)* posiada trzy pierwiastki również w przypadku , gdy *a,b,c,d*  są wyrazami innego rosnącego ciągu arytmetycznego o wyrazach naturalnych?

81. Ze zbioru $\left\{1,2,…,n\right\}$ losujemy dwie liczby: *k, l* . Dla jakich *n* prawdopodobieństwo wylosowania liczb spełniających warunek $\left|k-l\right|=2$

Jest większe od $\frac{1}{4}$ ? Rozpatrz oddzielnie przypadek losowania bez zwracania i przypadek losowania ze zwracaniem.